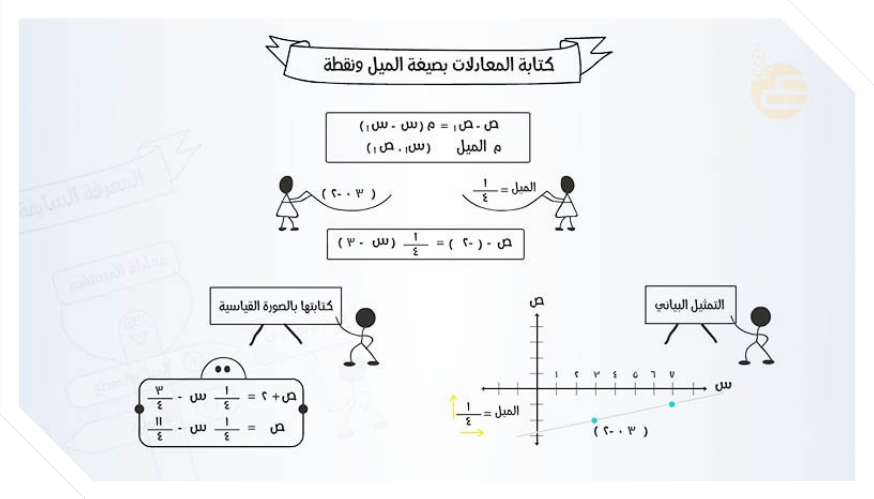
بحث عن
المعادلات بصيغة الميل ونقطة

المادة : .....


كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة
ص - ص١ = م (س - س١)
م الميل (س١، ص١)
(٣ ، ٢-)
الميل = ١/٤
ص - (٢-) = ١/٤ (س - ٣)
كتابتها بالصورة القياسية
التمثيل البياني
ص+ ٢ = ١/٤ س - ٣/٤
ص = ١/٤ س - ١١/٤
ص
س
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧
الميل = ١/٤
(٣ ، ٢-)

عمل الطالب

.....

الصف : .....

مقدمة

في عالم الجبر، حيث تصف المعادلات الخطية العلاقات الثابتة بين الكميات، لا توجد صيغة واحدة فقط يمكننا استخدامها لتمثيل هذه العلاقات. فبالإضافة إلى صيغة الميل والمقطع المألوفة، تبرز **صيغة الميل ونقطة (Point-Slope Form)** كأداة قوية ومرنة لكتابة وتمثيل المعادلات الخطية. هذه الصيغة لا تتطلب معرفة الجزء المقطوع من المحور الصادي مباشرةً، بل تعتمد على أي نقطة معروفة تقع على الخط المستقيم بالإضافة إلى ميله. إن مرونتها تجعلها مفيدة بشكل خاص في السيناريوهات التي يكون فيها الميل ونقطة معينة معروفين، بدلاً من الميل والجزء المقطوع من المحور الصادي. يتيح لنا هذا البحث استكشاف بنية هذه الصيغة، وكيفية استخدامها لكتابة المعادلات، وتمثيلها بيانياً، وتحويلها إلى أشكال أخرى، مما يسهم في تعميق فهمنا لكيفية وصف الخطوط المستقيمة جبرياً وتطبيقاتها المتنوعة في الرياضيات والعلوم.

مراجعة سريعة للمفاهيم الأساسية

لفهم صيغة الميل ونقطة، دعنا نراجع سريعًا بعض المفاهيم الجبرية المرتبطة:

- **المعادلة الخطية:** هي معادلة جبرية تشكل خطًا مستقيمًا عند تمثيلها بيانيًا. تعرف بأنها خطية لأن أعلى قوة لأي متغير فيها هي واحد (مثلاً، س وليس س تربيع).
- **الميل (Slope):** هو قياس لانحدار الخط المستقيم واتجاهه. يعرف بأنه نسبة التغير الرأسي (التغير في ص) إلى التغير الأفقي (التغير في س) بين أي نقطتين على الخط. يمكن التفكير فيه كمعدل التغير. يرمز للميل بالحرف م.
    - إذا كان الميل م موجبًا، يتجه الخط للأعلى من اليسار إلى اليمين.

- إذا كان الميـل م سـالبًا، يتجـه الخـط للأسـفل من اليسـار إلى اليمين.
- إذا كان الميل م صفرًا، يكون الخط أفقيًا.
- إذا كان الميل غير معرف (خط رأسي)، فلا يمكن التعبـير عنـه بهذه الصيغة بشكل مباشر.

- **النقطـة (Point):** أي زوج مـرتب (س1، ص1) يمثـل إحـداثيات نقطة تقع على الخط المستقيم.

صيغة الميل ونقطة: البنية والشرح

تكتب صيغة الميل ونقطة على النحو التالي:

ص ناقص ص1 يساوي م مضروبًا في (س ناقص س1)

دعنا نفكك هذه الصيغة لفهم كل جزء منها:

- **ص:** يمثل المتغير التـابع (المحـور الرأسـي)، وهـو الإحـداثي ص لأي نقطة عامة على الخط.
- **ص1:** يمثل الإحـداثي ص للنقطـة المعروفـة الـتي تقـع على الخـط (جزء من النقطة (س1، ص1)).
- **م:** يمثل **الميل** للخط المستقيم.
- **س:** يمثل المتغير المستقل (المحور الأفقي)، وهو الإحداثي س لأي نقطة عامة على الخط.
- **س1:** يمثل الإحـداثي س للنقطـة المعروفـة الـتي تقـع على الخـط (جزء من النقطة (س1، ص1)).

<u>الفكرة الأساسية وراء الصيغة:</u>

تعتمد هذه الصيغة على تعريف الميل. فـإذا كـان الميـل م يسـاوي (ص ناقص ص1) مقسومًا على (س نـاقص س1) (التغـير في ص مقسـومًا على التغير في س بين نقطـة عامـة (س، ص) ونقطـة معلومـة (س1، ص1))، فعنـد ضـرب الطـرفين في (س نـاقص س1)، نحصـل على م مضروبًا في (س ناقص س1) يساوي ص نـاقص ص1. ومن ثم، يمكننـا

إعادة ترتيبها لتصبح ص ناقص ص1 يساوي م مضروبًا في (س ناقص س1).

هذا يعني أنك إذا عرفت ميل الخط المستقيم م وإحداثيات نقطة واحدة فقط (س1، ص1) تقع على هذا الخط، يمكنك كتابة معادلته مباشرةً باستخدام هذه الصيغة.

كيفية كتابة معادلة خطية بصيغة الميل ونقطة

تعد هذه العملية مباشرة بمجرد فهم بنية الصيغة.

الخطوات:

1. **تحديد الميل (م):** يجب أن تكون قيمة الميل معروفة.
   - قد تعطى لك مباشرة.
   - قد تضطر لحسابها من نقطتين باستخدام صيغة الميل: م يساوي (ص2 ناقص ص1) مقسومًا على (س2 ناقص س1).
2. **تحديد نقطة واحدة على الخط (س1، ص1):** يجب أن تكون إحداثيات نقطة واحدة على الأقل معروفة.
   - قد تعطى لك مباشرة.
   - إذا أعطيت نقطتين، يمكنك اختيار أي واحدة منهما لاستخدامها في الصيغة.
3. **التعويض في الصيغة:** استبدل قيم م، س1، و ص1 في صيغة الميل ونقطة: ص ناقص ص1 يساوي م مضروبًا في (س ناقص س 1).

مثال 1: إعطاء الميل ونقطة

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله 3 ويمر بالنقطة (4، 5).

1. الميل م = 3.
2. النقطة (س1، ص1) = (4، 5).
3. التعـويض في الصـيغة: ص نـاقص 5 يسـاوي 3 مضـروبًا في (س ناقص 4) هذه هي المعادلة بصيغة الميل ونقطة.

<u>مثال 2: إعطاء نقطتين</u>

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2، 1) و (6، 9).

1. **حساب الميل (م):** م يسـاوي (9 نـاقص 1) مقسـومًا على (6 ناقص 2) م يساوي 8 مقسومًا على 4 م يساوي 2
2. **اختيار نقطة:** يمكننا اختيار أي من النقطتين. لنختر النقطة (2، 1) لتكون (س1، ص1).
3. **التعـويض في الصـيغة:** ص نـاقص 1 يسـاوي 2 مضـروبًا في (س ناقص 2) هذه هي المعادلة بصيغة الميل ونقطة. (لـو اخترنـا النقطة (6،ـ 9) لكانت المعادلـة ص نـاقص 9 يسـاوي 2 مضـروبًا في (س ناقص 6)، وهي معادلة مكافئة).

تحويل صيغة الميل ونقطة إلى صيغة الميل والمقطع

في كثير من الأحيان، بعد كتابة المعادلة بصيغة الميل ونقطة، قد تحتاج إلى تحويلها إلى صيغة الميل والمقطع (ص = م س زائد ب) لأنها أكـثر شيوعًا لبعض التطبيقات (مثل تمثيلها بيانيًا باسـتخدام الجـزء المقطـوع من المحور الصادي).

الخطوات:

1. **ابدأ بمعادلة بصيغة الميل ونقطة:** ص نـاقص ص1 يسـاوي م مضروبًا في (س ناقص س1).
2. **وزع الميل (م) على القوس:** اضـرب م في كـل حـد داخـل القوس (س نـاقص س1). يصـبح: ص نـاقص ص1 يسـاوي م س ناقص م س1
3. **عــزل ص:** أضــف ص1 إلى كلا طــرفي المعادلــة. يصــبح: ص يساوي م س ناقص م س1 زائد ص1

الآن، المعادلة في صـيغة الميـل والمقطـع، حيث الميـل هـو م والجـزء المقطوع من المحور الصادي هو (ناقص م س1 زائد ص1).

مثال: حول المعادلة ص ناقص 5 يساوي 3 مضروبًا في (س ناقص 4) إلى صيغة الميل والمقطع.

1. وزع الميل (3): ص ناقص 5 يساوي 3س ناقص 12
2. أضف 5 إلى كلا الطرفين: ص يساوي 3س ناقص 12 زائـد 5 ص يساوي 3س ناقص 7

الآن، المعادلـة بصـيغة الميـل والمقطـع، حيث الميـل م = 3 والجـزء المقطوع من المحور الصادي ب = -7.

تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل ونقطة بيانياً

على الرغم من أن صيغة الميـل ونقطـة لا تعطي الجـزء المقطـوع من المحور الصادي مباشرة، إلا أنها لا تزال سهلة الرسم بيانيًا.

الخطوات:

1. **تحديد ورسم النقطة المعروفة (س1، ص1):**
   - ابحث عن قيم س1 و ص1 في المعادلـــة ص نـــاقص ص1 يساوي م مضروبًا في (س ناقص س1).
   - قم برسم هذه النقطة على المستوى الإحداثي الديكارتي.
2. **تحديد الميل (م) واستخدامه لإيجاد نقطة ثانية:**
   - تـذكر أن الميـل هـو "التغـير في ص مقسـومًا على التغـير في س".
   - إذا كان الميل عددًا صحيحًا، اكتبه ككسر بوضع 1 في المقام.

- **من النقطة (س1، ص1) الـتي رسـمتها في الخطـوة 1:**
  - تحرك عموديًا للأعلى أو للأسفل (حسـب إشـارة البسـط في الميل).
  - ثم تحرك أفقيًا لليمين أو لليسـار (حسـب إشـارة المقـام في الميل، غالبًا لليمين).
- قم برسم النقطة الثانية التي توصلت إليها.

3. **رسم الخط المستقيم:**
   - باستخدام مسطرة، ارسم خطًـا مسـتقيمًا يمـر عـبر النقطـتين اللتين رسمتهما.
   - مـد الخـط في كلا الاتجـاهين مـع وضـع أسـهم عنـد الأطـراف، للإشارة إلى أنه يمتد إلى ما لا نهاية.

مثال: مثل بيانياً المعادلة ص نـاقص 2 يسـاوي سـالب 1 مضـروبًا في (س زائد 3). (لاحظ أن س زائد 3 تعني س ناقص سـالب 3، لـذا س1 = سالب 3).

1. **النقطة المعروفة (س1، ص1):** من المعادلة، ص1 = 2 و س1 = سالب 3. ارسم النقطة (سالب 3، 2).
2. **الميـل (م):** م = سـالب 1. يمكن كتابتـه كسـالب 1 مقسـومًا على 1.
   - من النقطـة (سـالب 3، 2): تحـرك وحـدة واحـدة للأسـفل (التغير في ص).
   - ثم تحرك وحدة واحدة لليمين (التغير في س).
   - ستصل إلى النقطة (سالب 2، 1). ارسم هذه النقطة.
3. **رسم الخط:** ارسم خطًا مستقيمًا يمر بالنقطتين (سالب 3، 2) و (سالب 2، 1).

متى نستخدم صيغة الميل ونقطة

تعد صيغة الميل ونقطة مفيدة بشكل خاص في السيناريوهات التالية:

1. **عنـدما يعطى الميـل ونقطـة معينـة:** هـذه هي الحالـة الأكـثر وضوحًا لاستخدامها، حيث يمكنك التعويض مباشرة في الصيغة.

2. **عنـدما يعطى نقطتـان فقـط:** يمكنـك أولاً حسـاب الميـل من النقطـتين، ثم اسـتخدام الميـل وإحـدى النقطـتين لكتابـة المعادلـة بصيغة الميل ونقطة. هذه الطريقة غالبًا ما تكون أسهل من محاولـة حساب الجزء المقطوع من المحور الصادي أولاً.
3. **في تطبيقات معينة:** قد تكـون بعض المشـكلات الواقعيـة تقـدم الميل ونقطة بداية (ليست بالضـرورة الجـزء المقطـوع من المحـور الصادي)، مما يجعل هذه الصيغة الخيار الأمثل.
    - مثال: إذا عرفت أن تكلفة خدمة معينة تزداد بمعدل 10 دنـانير لكل ساعة (الميـل) وأنـك دفعت 50 دينـارًا مقابـل 3 سـاعات عمل (النقطة)، يمكنك كتابة المعادلة مباشرة.

الخاتمة

تعد صيغة الميل ونقطة أداة أساسية ومرنة في ترسـانة الجـبر، تمكننـا من بنـاء معـادلات الخطـوط المسـتقيمة حـتى عنـدما لا يكـون الجـزء المقطـوع من المحـور الصـادي معروفًـا مباشـرة. من خلال فهم بنيتهـا التي تسـتند إلى مفهـوم الميـل ونقطـة واحـدة معلومـة، يمكن للطلاب كتابـة المعـادلات بسـهولة، وتحويلهـا إلى صـيغة الميـل والمقطـع عنـد الحاجة، وتمثيلها بيانياً بدقة. إن هذه المرونـة تجعلهـا ضـرورية في حـل مجموعة واسعة من المشكلات الرياضية والتطبيقية، حيث تقدم نقطـة انطلاق قوية لوصف العلاقات الخطية في سياقات متنوعة. تعزز صـيغة الميل ونقطة فهمنا العميق للطبيعة الخطية للعلاقـات الكميـة، وتسـهم في بنـاء أسـاس رياضـي مـتين للتعامـل مـع تحـديات أكـثر تعقيـدًا في المستقبل.